

ĐÁP ÁN ĐỀ TOÁN 1 CUỐI KỲ II – NĂM HỌC 2024-2025

CA THI: 9h45 – Ngày 05/06/2025

Câu	Nội dung	Điểm
1 (1đ)	$f[g(x)] = \tan(\cos^{-1} x) = \frac{\sin(\cos^{-1} x)}{\cos(\cos^{-1} x)} = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}.$	0,5
	$f[g(x)] = 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = x, 0 < x \leq 1$	0,25
	$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$	0,25
2 (1đ)	$f(0) = 2$	0,5
	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{kx} - 1}{2x} \stackrel{L'}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ke^{kx}}{2} = \frac{k}{2}$ $f(x)$ liên tục tại $x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{k}{2} = 2 \Leftrightarrow k = 4.$	0,5
3 (1đ)	$f(2) = 11$	0,25
	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x + 1 - 11}{x - 2} = 7$	0,25
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+5)}{x-2} = 7$	0,5
4 (1,5đ)	Đạo hàm 2 vế : $2xy + x^2y' + 2x - y' = \frac{y + xy'}{xy}$	0,5
	$y'(x) = \frac{-2xy - 2x + \frac{1}{x}}{x^2 - 1 - \frac{1}{y}} \Rightarrow y'(1) = e(2e + 1)$	0,5
	PTTT: $y = e(2e + 1)(x - 1) + e$	0,5
5 (1,5đ)	Gọi r, h lần lượt là bán kính và chiều cao mực cát. Gọi V là thể tích đồng hồ cát. Ta có: $\frac{r}{h} = \frac{7}{20} \Rightarrow r = \frac{7}{20}h.$	0,5
	Thể tích cát còn lại : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{49}{1200}\pi h^3.$	
	$\Rightarrow V'(t) = \frac{49}{400}\pi h^2 h'(t).$	0,5
	Với $V'(t) = -10, h = 8 \Rightarrow h'(t) = -\frac{10}{7,84\pi} \text{ cm/s}.$	0,5

6 (1đ)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases}$ $f''(x) = 6x - 6$ $f''(-2) = -18 < 0 \Rightarrow f(x) \text{ đạt cực đại tại } x = -2, f(-2) = 30.$ $f''(4) = 18 > 0 \Rightarrow f(x) \text{ đạt cực tiểu tại } x = 4, f(4) = -78.$	0,25 0,25 0,25 0,25						
7 (1,5đ)	Gọi x, h, V lần lượt là cạnh đáy, chiều cao và thể tích cái hộp. Diện tích xung quanh hộp không nắp: $x^2 + 4xh = 9 \Rightarrow h = \frac{9 - x^2}{4x}.$ Thể tích hộp: $V = x^2h = \frac{9}{4}x - \frac{1}{4}x^3$ $V' = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{4} - \frac{3}{4}x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$ <table border="1" data-bbox="277 716 912 808"> <tr> <td>x</td><td>0</td><td>$\sqrt{3}$</td></tr> <tr> <td>V'</td><td>+</td><td>0 -</td></tr> </table> V lớn nhất tại $x = \sqrt{3}$	x	0	$\sqrt{3}$	V'	+	0 -	0,5 0,5 0,5
x	0	$\sqrt{3}$						
V'	+	0 -						
8(1,5đ)	Tách biến: $\frac{1}{y+1} dy = \frac{\ln x}{x} dx$ Tích phân 2 vế: $\int \frac{1}{y+1} dy = \int \frac{\ln x}{x} dx$ $u = y + 1 \Rightarrow du = dy$ Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$ $\Rightarrow \int \frac{1}{u} du = \int t dt$ $\Leftrightarrow \ln u + C_1 = \frac{t^2}{2} + C_2$ $\Leftrightarrow \ln y+1 = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + C$ $x=1, y=0 \Rightarrow C=0$ Vậy $\ln y+1 = \frac{1}{2}(\ln x)^2$	0,25 0,25 0,5 0,5						